

VI.3 Üç Faktörlü Tasarım

Önceki bölümde iki faktörlü bir faktöriyel tasarım konusu incelendi. Bu bölümde ise üç faktörlü bir faktöriyel tasarım modeli incelenecektir. Benzer şekilde dört, beş, v.s faktörlü faktöriyel tasarımlarda oluşturulabilir. Her bir faktöriyel tasarım için ayrı ayrı model denklemi ve varyans analizi tablosu düzenlenir.

Bağımlı değişkenin (Y), A, B ve C gibi üç faktörden etkilendiğini ya da böyle üç faktör tarafından açıklanmaya çalışılacağını varsayalım. Ayrıca A faktörünün düzey sayısı a , B faktörünün düzey sayısı b ve C faktörünün düzey sayısı c olsun. Bu durumda mümkün olan bütün etkileşimleri test edebilmek ve Hata Kareler Toplamını hesaplayabilmek için deneme kombinasyonlarında en az iki tekrar ($n \geq 2$) yapılsın. Deneydeki bu üç faktörde sabit etkili seçilirse, yani her bir faktörün faktör düzeyleri özel seçimli olarak belirlenirse, bütün etkileşimlerde sabit etkili olacağından, model denklemi, parametre tahminleri ve ana etkiler ile etkileşim etkilerinin önemlilik testleri kolayca yapılabilmektedir.

Model denklemi;

$$Y_{ijkl} = \mu_{...} + \alpha_i + \beta_j + \alpha\beta_{ij} + \gamma_k + \alpha\gamma_{ik} + \beta\gamma_{jk} + \alpha\beta\gamma_{ijk} + \varepsilon_{l(ijk)} \dots \begin{cases} i = 1, 2, \dots, a \\ j = 1, 2, \dots, b \\ k = 1, 2, \dots, c \\ l = 1, 2, \dots, n \end{cases} \quad (6.29)$$

$$\text{Kısıtlar: } \sum_{i=1}^a \alpha_i = 0, \sum_{j=1}^b \beta_j = 0, \sum_{k=1}^c \gamma_k = 0, \sum_{i=1}^a \alpha\beta_{ij} = \sum_{j=1}^b \alpha\beta_{ij} = 0, \sum_{i=1}^a \alpha\gamma_{ik} = \sum_{k=1}^c \alpha\gamma_{ik} = 0, \sum_{j=1}^b \beta\gamma_{jk} = \sum_{k=1}^c \beta\gamma_{jk} = 0 \text{ ve } \sum_{i=1}^a \alpha\beta\gamma_{ijk} = \sum_{j=1}^b \alpha\beta\gamma_{ijk} = \sum_{k=1}^c \alpha\beta\gamma_{ijk} = 0$$

Bu modelde;

Y_{ijkl} : l -nci tekrarda A faktörünün i -nci düzeyinde, B faktörünün j -nci düzeyinde ve C faktörünün k -nci düzeyindeki gözlem değeri

$\mu_{...}$: Genel kitle ortalaması

α_i : A faktörünün i -nci düzey etkisi ($\alpha_i = \mu_{i...} - \mu_{...}$)

β_j : B faktörünün j -nci düzey etkisi, ($\beta_j = \mu_{.j...} - \mu_{...}$)

$\alpha\beta_{ij}$: A faktörünün i -nci düzey etkisi ile B faktörünün j -nci düzey etkisinin etkileşim etkisi

$$(\alpha\beta_{ij} = \mu_{ij...} - \mu_{i...} - \mu_{.j...} + \mu_{...})$$

γ_k : C faktörünün k -nci düzey etkisi, ($\gamma_k = \mu_{...k} - \mu_{...}$)

$\alpha\gamma_{ik}$: A faktörünün i -nci düzey etkisi ile C faktörünün k -nci düzey etkisinin etkileşim etkisi

$$(\alpha\gamma_{ik} = \mu_{i.k...} - \mu_{i...} - \mu_{...k} + \mu_{...})$$

$\beta\gamma_{jk}$: B faktörünün j -nci düzey etkisi ile C faktörünün k -nci düzey etkisinin etkileşim etkisi

$$(\beta\gamma_{jk} = \mu_{.jk...} - \mu_{.j...} - \mu_{...k} + \mu_{...})$$

$\alpha\beta\gamma_{ijk}$: A faktörünün i -nci düzey etkisi, B faktörünün j -nci düzey etkisi ile C faktörünün k -nci düzey etkisinin etkileşim etkisi

$$(\alpha\beta\gamma_{ijk} = \mu_{ijk.} - \mu_{i...} - \mu_{.j..} - \mu_{...k.} + \mu_{ij..} + \mu_{i.k.} + \mu_{.jk.} - \mu_{...})$$

$\varepsilon_{k(ij)}$: Hata terimi ($\varepsilon_{k(ij)} = Y_{ijk} - \mu_{ij.}$)

olarak bilinirler. Hata terimlerinin $\varepsilon_{k(ij)} \sim BND(0, \sigma_\varepsilon^2)$ dağılımına sahip olduğu varsayılır.

Ayrıca; A faktörünün i -nci düzeyinde, B faktörünün j -nci düzeyinde ve C faktörünün k -nci

düzeyinde l -nci gözlem değeri olan $Y_{ijkl} \sim N(\mu_{...} + \alpha_i + \beta_j + \alpha\beta_{ij} + \gamma_k + \alpha\gamma_{ik} + \beta\gamma_{jk} + \alpha\beta\gamma_{ijk}, \sigma_\varepsilon^2)$ dağılımlıdır. EKK yöntemi ile model parametreleri tahmin edilmek istendiğinde

yukarıda verilen kısıtlar altında KT_{Hata} en küçük yapılmaya çalışılır. Deneyde n tekrar olduğundan, toplam gözlem sayısı $N = a \times b \times c \times n$ olacaktır.

Eşitlik (6.29) ile verilen model için bağımlı değişkene ait değişimi etkileyen ana etkiler ile etkileşim etkilerine ait test edilecek hipotezler sırası ile aşağıdaki gibi ifade edilir:

A faktörünün etkisinin önemliliği için

$$H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_a = 0$$

$$H_1 : \alpha_i \neq 0, \text{ en az bir } i \text{ için} \quad (6.30)$$

B faktörünün etkisinin önemliliği için

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_b = 0$$

$$H_1 : \beta_j \neq 0, \text{ en az bir } j \text{ için} \quad (6.31)$$

C faktörünün etkisinin önemliliği için

$$H_0 : \gamma_1 = \gamma_2 = \dots = \gamma_c = 0$$

$$H_1 : \gamma_k \neq 0, \text{ en az bir } k \text{ için} \quad (6.32)$$

AB etkileşim etkisinin önemliliği için

$$H_0 : \alpha\beta_{ij} = 0, \text{ bütün } i, j \text{ için}$$

$$H_1 : \alpha\beta_{ij} \neq 0, \text{ en az bir } i, j \text{ için} \quad (6.33)$$

AC etkileşim etkisinin önemliliği için

$$H_0 : \alpha\gamma_{ik} = 0, \text{ bütün } i, k \text{ için}$$

$$H_1 : \alpha\gamma_{ik} \neq 0, \text{ en az bir } i, k \text{ için} \quad (6.34)$$

BC etkileşim etkisinin önemliliği için

$$H_0 : \beta\gamma_{jk} = 0, \text{ bütün } j, k \text{ için}$$

$$H_1 : \beta\gamma_{jk} \neq 0, \text{ en az bir } j, k \text{ için} \quad (6.35)$$

ABC etkileşim etkisinin önemliliği için

$$H_0 : \alpha\beta\gamma_{ijk} = 0, \text{ bütün } i, j, k \text{ için}$$

$$H_1 : \alpha\beta\gamma_{ijk} \neq 0, \text{ en az bir } i, j, k \text{ için} \quad (6.36)$$

Bu hipotezlerin test edilmesinde kullanılacak olan test istatistiklerinin türetilmesi tüm deney tasarımlarında olduğu gibi, bağımlı değişkene ait toplam değişimin (KT_{Genel}), Eşitlik (6.29) ile verilen modelde yer alan değişim kaynaklarına (A faktörü, B faktörü, C faktörü, AB etkileşimi, AC etkileşimi, BC etkileşimi, ABC etkileşimi ve Hata) ayrıştırılması temeline dayanmaktadır. Genel kareler toplamı ve buna bağlı olarak diğer tüm kareler toplamlarının hesaplanmasında aşağıdaki bağıntılar kullanılır:

$$KT_{Genel} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{l=1}^n (Y_{ijkl} - \bar{Y}_{\dots})^2 = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{l=1}^n Y_{ijkl}^2 - \frac{T_{\dots}^2}{N} \quad (6.37)$$

$$(T_{\dots} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{l=1}^n Y_{ijkl})$$

$$KT_A = \sum_{i=1}^a \frac{T_{i\dots}^2}{bcn} - \frac{T_{\dots}^2}{N} \quad \text{ve} \quad T_{i\dots} = \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{l=1}^n Y_{ijkl} \quad (6.38)$$

$$KT_B = \sum_{j=1}^b \frac{T_{.j\dots}^2}{acn} - \frac{T_{\dots}^2}{N} \quad \text{ve} \quad T_{.j\dots} = \sum_{i=1}^a \sum_{k=1}^c \sum_{l=1}^n Y_{ijkl} \quad (6.39)$$

$$KT_C = \sum_{k=1}^c \frac{T_{\dots k}^2}{abn} - \frac{T_{\dots}^2}{N} \quad \text{ve} \quad T_{\dots k} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{l=1}^n Y_{ijkl} \quad (6.40)$$

$$KT_{AB} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \frac{T_{ij\dots}^2}{cn} - KT_A - KT_B - \frac{T_{\dots}^2}{N} \quad \text{ve} \quad T_{ij\dots} = \sum_{k=1}^c \sum_{l=1}^n Y_{ijkl} \quad (6.41)$$

$$KT_{AC} = \sum_{i=1}^a \sum_{k=1}^c \frac{T_{i\dots k}^2}{bn} - KT_A - KT_C - \frac{T_{\dots}^2}{N} \quad \text{ve} \quad T_{i\dots k} = \sum_{j=1}^b \sum_{l=1}^n Y_{ijkl} \quad (6.42)$$

$$KT_{BC} = \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \frac{T_{.jk\dots}^2}{an} - KT_B - KT_C - \frac{T_{\dots}^2}{N} \quad \text{ve} \quad T_{.jk\dots} = \sum_{i=1}^a \sum_{l=1}^n Y_{ijkl} \quad (6.43)$$

$$KT_{ABC} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \frac{T_{ijk\dots}^2}{n} - KT_A - KT_B - KT_C - KT_{AB} - KT_{AC} - KT_{BC} - \frac{T_{\dots}^2}{N} \quad (6.44)$$

$$(T_{ijk\dots} = \sum_{l=1}^n Y_{ijkl})$$

$$KT_{Hata} = KT_{Genel} - KT_A - KT_B - KT_C - KT_{AB} - KT_{AC} - KT_{BC} - KT_{ABC} \quad (6.45)$$

Böylece test istatistiklerinin elde edilebilmesi için gerekli olan diğer işlemler Tablo 6.4'de verilen üç faktörlü sabit etkili bir tasarım için varyans analizi tablosunda özetlenmiştir.

Tablo 6.4 Üç Faktörlü Sabit Etkili, Bir Tasarım İçin Varyans Analizi Tablosu

Değişim Kaynağı	s.d.	KT	KO	Test istatistiği
A	$a - 1$	KT_A	KO_A	$F_A = KO_A / KO_{Hata}$
B	$b - 1$	KT_B	KO_B	$F_B = KO_B / KO_{Hata}$
AB	$(a - 1)(b - 1)$	KT_{AB}	KO_{AB}	$F_{AB} = KO_{AB} / KO_{Hata}$
C	$c - 1$	KT_C	KO_C	$F_C = KO_C / KO_{Hata}$
AC	$(a - 1)(c - 1)$	KT_{AC}	KO_{AC}	$F_{AC} = KO_{AC} / KO_{Hata}$
BC	$(b - 1)(c - 1)$	KT_{BC}	KO_{BC}	$F_{BC} = KO_{BC} / KO_{Hata}$
ABC	$(a - 1)(b - 1)(c - 1)$	KT_{ABC}	KO_{ABC}	$F_{ABC} = KO_{ABC} / KO_{Hata}$
Hata	$abc(n - 1)$	KT_{Hata}	KO_{Hata}	
Genel	$N - 1$	KT_{Genel}		

Her bir KT 'ı kendi serbestlik derecesine bölünerek KO 'rı hesaplanır.

Karar: A faktörünün etkisinin önemliliği için α önem seviyesinde kritik değer $F_t = F_{(a-1);abc(n-1);\alpha}$ olmak üzere, eğer $F_A > F_t$ ise H_0 hipotezi ret edilir. Buna göre A faktörünün faktör düzeylerine ait ortalamalar arasında istatistiksel olarak anlamlı farklılık vardır. Hangi düzeylerin farklılık gösterdiği çoklu karşılaştırma teknikleri ile araştırılabilir. Eğer $F_A \leq F_t$ ise H_0 hipotezi ret edilemez ve böylece A faktörünün etkisinin önemli olmadığına karar verilir, yani A faktörünün faktör düzeylerine ait ortalamalar arasında istatistiksel olarak önemli bir farklılık yoktur.

B faktörünün etkisinin önemliliği için α önem seviyesinde kritik değe $F_t = F_{(b-1);abc(n-1);\alpha}$ olmak üzere, eğer $F_B > F_t$ ise H_0 hipotezi ret edilir. Buna göre B faktörünün faktör düzeylerine ait ortalamalar arasında istatistiksel olarak anlamlı farklılık vardır. Hangi düzeylerin farklılık gösterdiği çoklu karşılaştırma teknikleri ile araştırılabilir. Eğer $F_B \leq F_t$ ise H_0 hipotezi ret edilemez ve böylece B faktörünün etkisinin önemli olmadığına karar verilir, yani B faktörünün faktör düzeylerine ait ortalamalar arasında istatistiksel olarak önemli bir farklılık yoktur.

AB etkileşim etkisinin önemliliği için α önem seviyesinde kritik değer $F_t = F_{(a-1)(b-1);abc(n-1);\alpha}$ olmak üzere, eğer $F_{AB} > F_t$ ise H_0 hipotezi ret edilir. Buna göre AB etkileşim etkisinin önemli olduğuna karar verilir. Eğer $F_{AB} \leq F_t$ ise H_0 hipotezi ret edilemez ve AB etkileşim etkisinin önemsiz olduğuna karar verilir, yani A ve B faktörleri bağımlı değişkeni birbirinden bağımsız olarak etkilemektedir.

C faktörünün etkisinin önemliliği için α önem seviyesinde kritik değer $F_t = F_{(c-1);abc(n-1);\alpha}$ olmak üzere, eğer $F_C > F_t$ ise H_0 hipotezi ret edilir. Buna göre C faktörünün faktör düzeylerine ait ortalamalar arasında istatistiksel olarak anlamlı farklılık vardır. Hangi düzeylerin farklılık gösterdiği çoklu karşılaştırma teknikleri ile araştırılabilir. Eğer $F_C \leq F_t$ ise H_0 hipotezi ret edilemez ve böylece C faktörünün etkisinin önemli olmadığına karar verilir, yani C faktörünün faktör düzeylerine ait ortalamalar arasında istatistiksel olarak önemli bir farklılık yoktur.

AC etkileşim etkisinin önemliliği için α önem seviyesinde kritik değer $F_t = F_{(a-1)(c-1);abc(n-1);\alpha}$ olmak üzere, eğer $F_{AC} > F_t$ ise H_0 hipotezi ret edilir. Buna göre AC etkileşim etkisi önemlidir. Eğer $F_{AC} \leq F_t$ ise H_0 hipotezi ret edilemez ve AB etkileşim etkisinin önemsiz olduğuna karar verilir.

BC etkileşim etkisinin önemliliği için α önem seviyesinde kritik değer $F_t = F_{(b-1)(c-1);abc(n-1);\alpha}$ olmak üzere, eğer $F_{BC} > F_t$ ise H_0 hipotezi ret edilir. Buna göre BC etkileşim etkisinin önemli olduğuna karar verilir. Eğer $F_{BC} \leq F_t$ ise H_0 hipotezi ret edilemez ve BC etkileşim etkisinin önemsiz olduğuna karar verilir.

ABC etkileşim etkisinin önemliliği için α önem seviyesinde kritik değer $F_t = F_{(a-1)(b-1)(c-1);abc(n-1);\alpha}$ olmak üzere, eğer $F_{ABC} > F_t$ ise H_0 hipotezi ret edilir. Buna göre ABC etkileşim etkisinin önemli olduğuna karar verilir. Eğer $F_{ABC} \leq F_t$ ise H_0 hipotezi ret edilemez ve ABC etkileşim etkisinin önemsiz olduğuna karar verilir.

Örnek 6.4 Aşağıda verilen üç faktörlü $3 \times 3 \times 2$ faktöriyel tasarımı için her bir deneme kombinasyonunda 3'er tekrar yapıldığını ve bağımlı değişkene ait gözlem değerlerinin tabloda

verildiği gibi olduğunu kabul edelim. Her bir faktör için faktör düzeyleri özel seçimli olsun. Buna göre;

a) Bu deney tasarımına ait model denklemini yazınız?

b) Bu deney tasarımına ait varyans analizi tablosunu düzenleyiniz?

c) Bütün ana ve etkileşim etkilerine ait hipotezleri oluşturunuz ve %5 önem seviyesinde test ediniz, sonuçları değerlendiriniz?

C							T _i
C ₁			C ₂				
B							
A	B ₁	B ₂	B ₃	B ₁	B ₂	B ₃	
A ₁	1	3	1	1	1	3	34
	2	2	2	1	1	2	
	4	2	1	2	3	2	
T _{1jk}	7	7	4	4	5	7	34
T _{ij.}	T _{11..} = 11		T _{12..} = 12		T _{13..} = 11		
T _{i.k}	T _{1.1.} = 18			T _{1.2.} = 16			
A ₂	5	7	12	16	9	12	199
	9	8	11	18	10	10	
	12	6	14	15	14	11	
T _{2jk}	26	21	37	49	33	33	199
T _{ij.}	T _{21..} = 75		T _{22..} = 54		T _{23..} = 70		
T _{i.k}	T _{2.1.} = 84			T _{2.2.} = 115			
A ₃	4	3	1	3	3	4	70
	3	2	2	3	8	9	
	1	1	3	6	4	10	
T _{3jk}	8	6	6	12	15	23	70
T _{ij.}	T _{31..} = 20		T _{32..} = 21		T _{33..} = 29		
T _{i.k}	T _{3.1.} = 20			T _{3.2.} = 50			
T _{jk.}	41	34	47	65	53	63	303
T _{.j.}	T _{.1.} = 106		T _{.2.} = 87		T _{.3.} = 110		
T _{.k}	T _{.1.} = 122			T _{.2.} = 181			
KT	297	180	481	865	477	579	2879

Çözüm a) Bu deney tasarımına ait model denklemini Eşitlik (6.29)'da verildiği gibidir.

$$Y_{ijkl} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \alpha\beta_{ij} + \gamma_k + \alpha\gamma_{ik} + \beta\gamma_{jk} + \alpha\beta\gamma_{ijk} + \varepsilon_{l(ijk)} \dots \begin{cases} i = 1, 2, 3; a = 3 \\ j = 1, 2, 3; b = 3 \\ k = 1, 2; c = 2 \\ l = 1, 2, 3; n = 3 \end{cases}$$

$$N = a \times b \times c \times n = 3 \times 3 \times 2 \times 3 = 54$$

$$b) KT_{Genel} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{l=1}^n Y_{ijkl}^2 - \frac{T^2}{N} = 2879 - \frac{(303)^2}{54} = 1178,83$$

$$KT_A = \sum_{i=1}^a \frac{T_{i..}^2}{bcn} - \frac{T^2}{N} = \frac{1}{18} [(34)^2 + (199)^2 + (70)^2] - \frac{(303)^2}{54} = 836,33$$

$$KT_B = \sum_{j=1}^b \frac{T_{.j.}^2}{acn} - \frac{T^2}{N} = \frac{1}{18} [(106)^2 + (87)^2 + (110)^2] - \frac{(303)^2}{54} = 16,78$$

$$KT_C = \sum_{k=1}^c \frac{T_{..k}^2}{abn} - \frac{T^2}{N} = \frac{1}{27} [(122)^2 + (181)^2] - \frac{(303)^2}{54} = 64,46$$

$$KT_{AB} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \frac{T_{ij.}^2}{cn} - KT_A - KT_B - \frac{T^2}{N} = \frac{1}{6} [(11)^2 + (12)^2 + (11)^2 + (75)^2 + (54)^2 + (70)^2 + (20)^2 + (21)^2 + (29)^2] - 836,33 - 16,78 - \frac{(303)^2}{54} = 31,56$$

$$KT_{AC} = \sum_{i=1}^a \sum_{k=1}^c \frac{T_{i.k.}^2}{bn} - KT_A - KT_C - \frac{T^2}{N} = \frac{1}{9} [(18)^2 + (16)^2 + (84)^2 + (115)^2 + (20)^2 + (50)^2] - 836,33 - 64,46 - \frac{(303)^2}{54} = 39,15$$

$$KT_{BC} = \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \frac{T_{.jk.}^2}{an} - KT_B - KT_C - \frac{T^2}{N} = \frac{1}{9} [(41)^2 + (34)^2 + (47)^2 + (65)^2 + (53)^2 + (63)^2] - 16,78 - 64,46 - \frac{(303)^2}{54} = 1,82$$

$$KT_{ABC} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \frac{T_{ijk.}^2}{n} - KT_A - KT_B - KT_C - KT_{AB} - KT_{AC} - KT_{BC} - \frac{T^2}{N}$$

$$= \frac{1}{3} [49 + 49 + 16 + 16 + 25 + 49 + 676 + 441 + 1369 + 2401 + 1089 + 1089 + 64 + 36 + 36 + 144 + 225 + 529] - 836,33 - 16,78 - 64,46 - 31,56 - 39,15 - 1,82 - \frac{(303)^2}{54} = 77,4$$

$$KT_{Hata} = KT_{Genel} - KT_A - KT_B - KT_C - KT_{AB} - KT_{AC} - KT_{BC} - KT_{ABC} = 111,33$$

Bu deney tasarımına ait varyans analizi tablosu:

Değişim Kaynağı	s.d.	KT	KO	Test istatistiği
A	2	836,33	418,165	$F_A = \frac{418,165}{3,0925} = 135,219$
B	2	16,78	8,39	$F_B = \frac{8,39}{3,0925} = 2,713$
AB	4	31,56	7,89	$F_{AB} = \frac{7,89}{3,0925} = 2,551$
C	1	64,46	64,46	$F_C = \frac{64,46}{3,0925} = 20,844$
AC	2	39,15	19,575	$F_{AC} = \frac{19,575}{3,0925} = 6,33$
BC	2	1,82	0,91	$F_{BC} = \frac{0,91}{3,0925} = 0,294$
ABC	4	77,40	19,35	$F_{ABC} = \frac{19,35}{3,0925} = 6,257$
Hata	36	111,33	3,0925	
Genel	53	1178,83		

c) Bütün ana ve etkileşim etkilerine ait hipotezler:

A faktörünün etkisi için	B faktörünün etkisi için	C faktörünün etkisi için
$H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$ $H_1 : \alpha_i \neq 0$, en az bir i için	$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$ $H_1 : \beta_j \neq 0$, en az bir j için	$H_0 : \gamma_1 = \gamma_2 = 0$ $H_1 : \gamma_k \neq 0$, en az bir k için
AB etkileşim etkisi için $H_0 : \alpha\beta_{ij} = 0$, bütün i, j için $H_1 : \alpha\beta_{ij} \neq 0$, en az bir i, j için	AC etkileşim etkisi için $H_0 : \alpha\gamma_{ik} = 0$, bütün i, k için $H_1 : \alpha\gamma_{ik} \neq 0$ en az bir i, k için	BC etkileşim etkisi için $H_0 : \beta\gamma_{jk} = 0$, bütün j, k için $H_1 : \beta\gamma_{jk} \neq 0$, en az bir j, k için
ABC etkileşim etkisinin önemliliği için $H_0 : \alpha\beta\gamma_{ijk} = 0$, bütün i, j, k için $H_1 : \alpha\beta\gamma_{ijk} \neq 0$, en az bir i, j, k için		

Karar: A faktörünün etkisinin önemliliği için: $\alpha = 0,05$ önem seviyesinde kritik değer $F_t = F_{(a-1);abc(n-1);\alpha} = F_{2;36;0,05} \cong 3,23$ olmak üzere, $F_A = 135,219 > 3,23$ olduğundan H_0 hipotezi ret edilir. Buna göre A faktörünün düzeylerine ait ortalamalar arasında anlamlı bir farklılık vardır.

B faktörünün etkisinin önemliliği için $\alpha = 0,05$ önem seviyesinde kritik değe $F_t = F_{(b-1);abc(n-1);\alpha} = F_{2;36;0,05} \cong 3,23$ olmak üzere, $F_B = 2,713 < 3,23$ olduğundan H_0 hipotezi ret edilemez. Buna göre B faktörünün düzeylerine ait ortalamalar arasında anlamlı bir farklılık yoktur.

AB etkileşim etkisinin önemliliği için: $\alpha = 0,05$ önem seviyesinde kritik değer $F_t = F_{(a-1)(b-1);abc(n-1);\alpha} = F_{4;36;0,05} \cong 2,61$ olmak üzere, $F_{AB} = 2,551 < 2,61$ olduğundan H_0 hipotezi ret edilemez. Buna göre AB etkileşimi önemsizdir.

C faktörünün etkisinin önemliliği için: $\alpha = 0,05$ önem seviyesinde kritik değer $F_t = F_{(c-1);abc(n-1);\alpha} = F_{1;36;0,05} \cong 4,08$ olmak üzere, $F_C = 20,844 > 4,08$ olduğundan H_0 hipotezi ret edilir. Buna göre C faktörünün düzeylerine ait ortalamalar arasında anlamlı bir farklılık vardır.

AC etkileşim etkisinin önemliliği için: $\alpha = 0,05$ önem seviyesinde kritik değer $F_t = F_{(a-1)(c-1);abc(n-1);\alpha} = F_{2;36;0,05} \cong 3,23$ olmak üzere, $F_{AC} = 6,33 > 3,23$ olduğundan H_0 hipotezi ret edilir. Buna göre AC etkileşimi önemlidir.

BC etkileşim etkisinin önemliliği için: $\alpha = 0,05$ önem seviyesinde kritik değer $F_t = F_{(b-1)(c-1);abc(n-1);\alpha} = F_{2;36;0,05} \cong 3,23$ olmak üzere, $F_{BC} = 0,294 < 3,23$ olduğundan H_0 hipotezi ret edilemez. Buna göre BC etkileşimi önemsizdir.

ABC etkileşim etkisinin önemliliği için: $\alpha = 0,05$ önem seviyesinde kritik değer $F_t = F_{(a-1)(b-1)(c-1);abc(n-1);\alpha} = F_{4;36;0,05} \cong 2,61$ olmak üzere, $F_{ABC} = 6,257 > 2,61$ olduğundan H_0 hipotezi ret edilir. Buna göre ABC etkileşimi önemlidir.

Soru 1 Bir bağımlı değişken (Y) üzerinde A ve B gibi iki faktörün etkisi araştırılmak isteniyor. A faktörüne ait 3 düzey ve B faktörüne ait iki düzey özel seçimli olup, oluşturulan deney tasarımında her bir deneme kombinasyonunda üç tekrar yapılması planlanmıştır. Buna göre yapılan deneylerden bağımlı değişken ile ilgili olarak elde edilen ölçümler aşağıda verilmiştir.

a) Bu problemin çözümü için uygun olan istatistiksel deney tasarımını ve model denklemini belirleyiniz?

b) Varyans analizi tablosunu oluşturunuz?

c) Ana etkiler ve etkileşim etkisinin önemliliği ile ilgili hipotezleri oluşturarak, %5 önem seviyesinde test ediniz?

d) A faktörünün etkisi önemli bulunmuş ise hangi düzeylere ait ortalamalar arasında fark olduğuna

i) Duncan'ın çoklu aralık testi ile

ii) Fisher'in en küçük anlamlı fark testi ile

iii) Newman-Keuls testi ile karar veriniz?

B	A		
	A ₁	A ₂	A ₃
B ₁	7	15	9
	6	16	6
	8	13	5
B ₂	8	15	3
	7	18	4
	5	14	7

Soru 2 A, B ve C faktörlerinin kullanıldığı üç faktörlü bir $3 \times 4 \times 2$ faktöriyel tasarımına ait varyans analizi tablosu aşağıda verilmiştir. Buna göre;

a) Bu tablodaki boş yerleri doldurunuz.

b) Söz konusu tasarım ile ilgili model denklemini ifade ediniz.

c) Gerekli tüm hipotezleri oluşturunuz ve %5 önem seviyesinde test ediniz?

Değişim Kaynağı	s.d.	KT	KO	Test istatistiği
A			5	
B		12		
AB			4	
C		13		
AC			9	
BC		15		

ABC			5	
Hata	96	72		
Genel		194		

Soru 3 A faktörünün 3 ve B faktörünün 4 düzeyinin olduğu bir kimya deneyinde elde edilen gözlemler aşağıda verilmiştir. Her iki faktörün düzeyleri de özel seçimli olup, deneme kombinasyonlarında 4 tekrarlı deneyler yapılmıştır. Buna göre;

- Uygun deney tasarımına karar veriniz ve model denklemini ifade ediniz?
- Model parametrelerinin EKK tahmin edicilerini bulunuz?
- Deney tasarımına ait varyans analizi tablosunu düzenleyiniz?
- A faktörünün etkisinin önemli olup olmadığına %5 önem seviyesinde karar veriniz?
- B faktörünün etkisinin önemli olup olmadığına %5 önem seviyesinde karar veriniz?
- Etkileşim etkisinin önemli olup olmadığına %5 önem seviyesinde karar veriniz?

(A)	(B)															
	(B ₁)				(B ₂)				(B ₃)				(B ₄)			
(A ₁)	6	1	14	14	14	19	15	16	10	12	10	23	6	2	6	6
(A ₂)	7	9	8	12	16	18	23	21	3	2	14	1	13	13	24	12
(A ₃)	7	11	11	10	12	9	17	9	4	16	7	9	14	8	15	8